EIN VERSUCH DER ERWEITERUNG DES KRISHNAN'—SCHEN REZIPROZITÄTSGESETZ ESFÜR SCHIEFE BEOBACHTUNGSEBENEN

VON V. S. VRKLJAN *in Zagreb*

Received May 8, 1939
(Communicated by Sir C. V. Raman, KT., F.R.S., N.L.)

1. *Einleitung*

R. S. KRISHNAN hat bekanntlich[1] vor etwa vier Jahren ein Gesetz der Kolloid-Optik entdeckt — das sogenannte Reziprozitätsgesetz— dessen Ausdruck in einer einfachen algebraischen Gleichung

$$\rho_u = \frac{1 + \frac{1}{\rho_h}}{1 + \frac{1}{\rho_v}} \tag{1}$$

ausgedrückt werden kann. Hier bedeutet ρ_u den Depolarisationsgrad des zerstreuten Lichtes (welches in der horizontalen Ebene beobachtet wird[2]), wenn der einfallende horizontale Lichtbündel unpolarisiert wird, ρ_h und ρ_v die Depolarisationsgrade des in der horizontalen Ebene beobachteten zerstreuten Lichtes, wenn der einfallende horizontale Lichtbündel polarisiert wird; die Indexe h und v bei ρ bedeuten dabei, dass bei den erwähnten Polarisationen der Vektor der elektrischen Feldstärke im einfallenden polarisierten Lichtbündel horizontal bzw. vertikal ist.

Unlängst habe ich in einer Abhandlung[3] die Frage behandelt, welche Form des Reziprozitätsgesetzes für schiefe Beobachtungsebenen auf Grund der Mie-schen Theorie zu erwarten wäre. Hier wird diese Frage von neuen aufgestellt, und zwar in der Richtung, welcher Ausdruck für ρ_u als eine Erweiterung der Krishnan'schen Relation (1) für schiefe Beobachtungsebenen sich ergeben wird ohne Rücksicht auf irgendwelche Zerstreuungstheorie zum Schluss werden dann noch einige Bemerkungen auf Grund der Mie-schen Theorie beigefügt.

2. *Über die Erweiterung des Reziprozitätsgesetzes für schiefe Beobachtungsebenen und ihre experimentelle Prüfung*

Wenn wir die Intensitäte derjenigen Komponenten des zerstreuten Lichtes, deren Vektor der elektrischen Feldstärke in die schiefen Beobachtungsebenen fällt, mit P_h bzw. P_v bezeichnen, je nachdem, ob der elektrische Vektor des einfallenden Lichtbündels in der horizontalen oder der vertikalen Ebene liegt, und weiter die Intensitäte derjenigen Komponenten des zerstreuten Lichtes, deren Vektor der elektrischen Feldstärke normal auf der schiefen Beobachtungsebene steht, mit N_h bzw. N_v bezeichnen, wo die Indexe h und v dasselbe, wie im vorigen Falle (*d. h.* bei P_h bzw. P_v) bedeuten, so ergibt sich als eine sinnvolle Erweiterung der Krishnan'schen Definitionen von ρ_u, ρ_h und ρ_v

$$\rho_u = \frac{P_v + P_h}{N_h + N_v}, \tag{2}$$

$$\rho_h = \frac{N_h}{P_h}, \qquad \rho_v = \frac{P_v}{N_v}. \tag{3}$$

Diese Definitionen sind so ausgewählt, dass sie für den Fall der horizontalen Beobachtungsebene in die bekannten Krishnan'schen Definitionen übergehen.*

Aus der Gleichtung (2) kann man unter Berücksichtigung von (3) gleich ableiten

$$\rho_u = \frac{P_v}{N_h} \cdot \frac{1 + \frac{N_h}{P_v} \cdot \frac{1}{\rho_h}}{1 + \frac{P_v}{N_h} \cdot \frac{1}{\rho_v}} \tag{4}$$

und diese Relation ist als eine Erweiterung des Krishnan'schen Reziprozitätsgesetzes (1) für schiefe Beobachtungsebenen zu betrachten; für horizontale Beobachtungsebene geht sie gleich (unter Übergang $P_v \to H_v$, $N_h \to V_h$ und unter der Bemerkung $H_v = V_h$) in die Gleichung (1) über. Durch diese Relation (4) ergibt sich, dass der Wert von ρ_u ausser von ρ_h und ρ_v nur noch von dem Quotienten P_v/N_h abhängig ist. Daraus ersieht man aber, dass die ganze experimentelle Prüfung des Reziprozitätsgesetzes für die schiefen Beobachtungebenen auf die Erforschung der Beziehung zwischen P_v und N_h gerichtet werden muss, weil nur unter einer solchen Erkenntnis die Gleichung (4) weiter transformiert werden kann. Dass dieser Quotient P_v/N_h von dem Neigungswinkel ψ der schiefen Beobachtungsebene zur Horizontalebene auf jeden Fall abhängen sein wird, scheint ausser Zweifel zu liegen; man braucht nur einen Blick auf die Formeln (6) und (7) dieser Abhandlung zu werfen.

* Die Definition von ρ_h ist in *Proc. Ind. Acad. Sci.*, 1935, **1**, 783 irrtümlichen weise reziprok abgedruckt (vgl. *Proc. Ind. Acad. Sci.*, (A), 1938, **7**, 22), wie dies aus der Definition in *Proc. Ind. Acad. Sci.*, (A), 1938, **7**, 22 und in *Koll.-ZS.*, 1938, **84**, 4 ersichtlich ist.

3. Anwendung der Mie-schen Theorie

Zum Schluss noch einige Bemerkungen hinsichtlich der Mie-schen Theorie. In meiner hier schon erwähnten früheren Abhandlung habe ich auf Grund der Mie-schen Theorie die Gleichung

$$\frac{N_v}{N_h} = \frac{P_h}{P_v} = \operatorname{ctg}^2 \psi \tag{5}$$

abgeleitet. Aus dieser Gleichung kann man zwei Gleichungen

$$\frac{P_v}{N_h} = \frac{P_h}{N_v} = \rho_v \operatorname{ctg}^2 \psi \tag{6}$$

und

$$\frac{N_v}{P_h} = \frac{N_h}{P_v} = \rho_h \operatorname{ctg}^2 \psi \tag{7}$$

ableiten, deren Anwendung an die Gleichung (4)

$$\rho_u = \rho_v \operatorname{ctg}^2 \psi \tag{8}$$

oder

$$\rho_u = \frac{1}{\rho_h} \operatorname{tg}^2 \psi \tag{9}$$

ergibt. Aus ihnen ergibt sich gleich weiter

$$\rho_h \rho_v \operatorname{ctg}^4 \psi = 1 \tag{10}$$

Die zwei Gleichungen (8) und (9) sind eine Art auf Grund der Mie-schen Theorie abgeleiteten Erweiterungen des Krishnan'schen Reziprozitätsgesetzes (1) für schräge Richtungen in den schiefen Beobachtungsebenen. Dem Sinne nach sie sind identisch mit der Relation (9) in meiner schon erwähnten Abhandlung.[4] Dass sie aber auch für die horizontale Beobachtungsebene (trotz den angeblichen unbestimmten Werten, zu denen sie durch einfaches Einsetzen von $\rho_h = \rho_v = 0$ für $\psi = 0$ führen), kann man leicht aus der Definition (2) ersehen, welche für $\psi = 0$ (wegen $P_v = H_v = 0$, $N_h = V_h = 0$, im Allgemeinen aber†) $P_h = H_h > 0$ und $N_v = V_v > 0$).

$$\rho_u = \frac{H_h}{V_v} \tag{11}$$

ergibt. Da die Gleichungen (8) und (9) für beliebig kleine (aber doch endliche) azimutale Winkel ψ ihre Gültigkeit noch immer behalten, so müssen wir auf Grund der Gleichung (11) und wegen der Stetigkeit der natürlichen Vorgänge verlangen, dass

$$\lim_{\psi \to 0} \rho_v \operatorname{ctg}^2 \psi = \frac{H_h}{V_v}$$

† Wie dies aus Fig. 3 auf S. 28 in *Proc. Ind. Acad. Sci.*, (A), 1938, **7** ersichtbar ist.

und auch

$$\lim_{\psi \to 0} \frac{tg^2\,\psi}{\rho_h} = \frac{H_h}{V_v}$$

wird.††

Aus demselben Grunde muss man auch verlangen, dass

$$\lim_{\psi \to 0} \rho_h \rho_v \, ctg^4 \psi = 1$$

wird.

Was die Frage nach der experimentellen Prüfung der Gleichungen (8) und (9), bzw. statt deren der Relation (10) betrifft, dürfe man eine Bestätigung derselben bei solchen verdünnten Kolloidal-Lösungen oder Emulsionen erwarten, wo die Voraussetzungen der Mie-schen Theorie annähernd erfüllt sind. Da nach der Mie-schen Theorie $H_v = V_h = 0$ sein muss, könnte man eine solche, bei einer kolloidalen Lösung oder Emulsion experimentell festgestellte Konstatation ($H_v = V_h = 0$) eventuell als einen Wegweiser dafür zu nehmen, dass eine weitere experimentelle Prufüng der Relation (10) zweckmässig ist.

4. *Zusammenfassung*

Der Zweck dieser Abhandlung ist, in erster Linie zu zeigen, in welcher Richtung eine experimentelle Forschung hinsichtlich der Erweiterung des Krishnan'schen Reziprozitätsgesetzes für schiefe Beobachtungsebenen aufzustellen ist. Durch die Diskussion der Formel (4) die ohne Rücksicht auf irgendwelche Zerstreuungstheorie und nur als sinnvolle Erweiterung des Krishnan'schen Reziprozitätsgesetzes aufgestellt wurde, ergab sich, dass es sich nur um die Erforschung des Verhältnisses $\frac{P_v}{N_h}$ handelt. Ausserdem wurde auf Grund der Mie-schen Theorie die Relation (10) für schiefe Beobachtungsebenen abgeleitet.

LITERATUR

1. R. S. Krishnan .. *Proc. Ind. Acad. Sci.*, (A), 1935, **1**, 782.
2. ——— .. *Kolloid-ZS.*, 1938, **84**, 2. In der Fussnote 12 auf der S. 4 ist die Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes für schräge Beugungsrichtungen in der Horizontalebene betont.
3. V. S. Vrkljan .. *Proc. Ind. Acad. Sci.*, (A) (Raman Band), 1938, **8**, 353.
4. Vgl. die Anmerkung (3).

†† In diesem Sinne $\left(\lim_{\psi \to 0} \frac{P_v}{N_h} = \frac{H_h}{V_v}\right)$ ist auch die Gültigkeit der Relation (9) in meiner früheren Abhandlung, *Proc. Ind. Acad. Sci.*, (A), 1938, **8**, 353, für horizontale Beobachtungsebene zu verstehen.