THEORETISCHE BEMERKUNGEN ZUM R. S. KRISHNAN'S REZIPROZITÄTSGESETZ DER KOLLOID-OPTIK.

Von V. S. Vrkljan.

Bekantlich hat unlängst R. S. Krishnan[1] ein Gesetz der Kolloid-optik entdeckt, das von ihm als Reziprozitätsgesetz genannt wird. Die ursprüngliche Form dieses Gesetzes war in der einfachen algebraischen Form

$$\rho_u = (1 + 1/\rho_h)/(1 + 1/\rho_v) \tag{1}$$

zusammengefasst, wo ρ_v, ρ_h und ρ_u die Depolarisationsgrade des in der horizontalen Ebene senkrecht zum einfallen den Licht beobachteten zerstreuten Lichtes bedeuten ; die Indexe v und h beziehen sich dabei auf die Polarisation des einfallenden Lichtes (elektrische Schwingung vertikal bzw. horizontal), während sich der Index u auf das unpolarisierte einfallende Licht bezieht. Später aber ist die Gleichung der Form

$$H_v = V_h \tag{2}$$

als das eigentliche Inhalt des Reziprozitätsgesetzes mehr und mehr in den Vordergrund getretten.[2] Hier bedeutet H_v die Intensität der horizontalen Komponente des zerstreuten Lichtes, wenn der elektrische Vektor des einfallenden polarisierten Lichtes vertikal ist, und V_h die Intensität der vertikalen Komponente des zerstreuten Lichtes beim horizontalen elektrischen Vektor des einfallenden polarisierten Lichtes. In der neuesten Zeit hat R. S. Krishnan[3] hervorgehoben, dass die Gleichung (2) auch für schräge Beobachtungsrichtungen *in der Horizontalebene* gültig ist.

Es drängt sich damit die Frage auf, was man auf Grund der Theorien für schräge Beobachtungsrichtungen, die *nicht* in der Horizontalebene liegen, sagen kann. Hier wird diese Frage auf Grund der Mie-schen Theorie behandelt.*

Wir nehmen also an, dass sich die einfallende ebene polarisierte Welle durch ein Medium der Dielektrizitätskonstante ϵ_a und der spezif. Leitfähigkeit $\sigma = 0$ in der entgegensetzten Richtung der Z-Koordinate fortp-

* Dass neue Gans'sche Theorie des Krishnan-Effektes (*Phys. ZS.*, 1926, **37,** 19) dem Reziprozitätsgesetz (2) für senkrechte Beobachtungsrichtung in der Horizontalebene genügt, ersieht man ohne weiteres aus den Gleichungen (11) und (14) der Abhandlung von R. Gans, die die quadratischen Mittelwerte der elektrischen Feldstärken f_z (falls der elektrische Vektor des einfallenden polarisierten Lichtes horizontal ist) und f_x (falls der elektrische Vektor des einfallenden polarisierten Lichtes vertikal ist) ergeben.

flanzt, stellen uns im Koordinatenursprung ein Kügelchen (im Sinne der Mie-schen Theorie) dar und stellen uns weiter die Frage auf, was für ein Gesetz, das dem Krishnan'schen Reziprozitätsgesetz ensprechen sollte, auf Grund der Mie-schen Theorie für schräge Richtungen in der schrägen Beobachtungsebene zu erwarten wäre. In diesem Falle erhält man, wie bekannt,[4] für die ψ- und ϑ-Komponente des elektrischen Vektors des zerstreuten Lichtes ausserhalb der Wellenzone

$$E_{\psi}' = -\frac{e^{-il_a r}}{l_a} \cdot \frac{\sin\psi}{r} \sum_{s=1}^{\infty} i^s \left[B_s \frac{P_{s,1}(\cos\vartheta)}{\sin\vartheta} + B_s^* \frac{d\,P_{s,1}(\cos\vartheta)}{d\,(\cos\vartheta)} \sin\vartheta \right] \tag{3}$$

$$E_{\vartheta}' = -\frac{e^{-il_a r}}{l_a} \cdot \frac{\cos\psi}{r} \sum_{s=1}^{\infty} i^s \left[B_s \frac{d\,P_{s,1}(\cos\vartheta)}{d\,(\cos\vartheta)} \sin\vartheta + B_s^* \frac{P_{s,1}(\cos\vartheta)}{\sin\vartheta} \right] \tag{4}$$

falls der elektrische Vektor der primären einfallenden Welle horizontal ist. Hier bedeutet: l_a die Kürzung für den Ausdruck $\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\epsilon_a}/\lambda =$ Wellenlänge, ($\pi =$ Ludolfsche Zahl),

r den Abstand des Aufpunktes vom Koordinatenursprung,

ψ den Winkel zwischen der horizontalen XZ-Ebene und der schiefen durch die Z-Achse gelegten Beobachtungsebene,

ϑ den Winkel zwischen dem Radius-Vektor r und der Z-Koordinatenachse, $P_{s,1}(\cos\vartheta)$ die sog. zugeordneten Kugelfunktionen,

B_s und B_s^* die Konstanten, die durch gewisse Grenzbedingungen[5] bestimmt sind.

Im Falle aber, wo der elektrische Vektor der primären Welle (deren Intensität gleich ist wie in vorhergehendem Falle) vertikal ist, erhält man ebenso für das zerstreute Licht auf Grund der sog. Potential ausserhalb der Wellenzone

$$E_{\psi}'' = \frac{e^{-il_a r}}{l_a} \cdot \frac{\cos\psi}{r} \sum_{s=1}^{\infty} i^s \left[B_s \frac{P_{s,1}(\cos\vartheta)}{\sin\vartheta} + B_s^* \frac{dP_{s,1}(\cos\vartheta)}{d\,(\cos\vartheta)} \sin\vartheta \right] \tag{5}$$

$$E_{\vartheta}'' = -\frac{e^{-il_a r}}{l_a} \cdot \frac{\sin\psi}{r} \sum_{s=1}^{\infty} i^s \left[B_s \frac{dP_{s,1}(\cos\vartheta)}{d\,(\cos\vartheta)} \sin\vartheta + B_s^* \frac{P_{s,1}(\cos\vartheta)}{\sin\vartheta} \right] \tag{6}$$

Beobachten wir das zerstreute Licht in einer schrägen Beobachtungsebene und bezeichnen wir die Intensität derjenigen Komponente, deren elektrischer Vektor in der Beobachtungsebene liegt, mit P, und die Intensität derjenigen Komponente, deren elektrischer Vektor normal zur Beobachtungesbene steht, mit N, so können wir sofort ersehen, dass N_v proportional mit $|E_\psi''|^2$ ist, N_h proportional mit $|E_\psi'|^2$, P_v proportional mit $|E_\vartheta''|^2$ und schliesslich P_h proportional mit $|E_\vartheta'|^2$ ist.

Aus den Gleichungen (5) und (3) einerseits und (4) und (5) andererseits kann man sofort ableiten

$$\frac{N_v}{N_h} = \frac{P_h}{P_v} = \operatorname{ctg}^2 \psi \tag{7}$$

Nehmen wir jetzt an, dass das einfallende Licht unpolarisiert ist. Dann wird der Wert des Depolarisationsgrades für das zerstreute Licht im erweiterten Sinne der Krishnan'schen Definiton

$$\rho_u = \frac{P_v + P_h}{N_h + N_v} \tag{8}$$

welche Gleichung wegen der Relation (7) sofort ergibt

$$\rho_u = \frac{P_v}{N_h} \tag{9}$$

Diese Gleichung für den Depolarisationsgrad des zerstreuten Lichtes bei unpolarisiertem einfallenden Lichte kann man als eine auf Grund der Mie-schen Theorie abgeleiteten Erweiterung der Krishnan'schen Relation (1) ansehen. Sie gibt uns den Depolarisationsgrad ρ_u des zerstreuten Lichtes bei unpolarisiertem einfallenden Lichte in Beziehung mit den Komponenten P_v und N_h des zerstreuten Lichtes, die bei dem polarisierten einfallenden Lichte (das in beiden Fällen gleicher Intensität ist) beobachtbar sind. Die Gleichungen (8) und (9) sind auch, wie auf Grund der Ableitung sofort zu ersehen ist, für schräge Richtungen in den schrägen (also nicht horizontalen !) Beobachtungsebenen gültig. Was die experimentelle Bestätigung der Gleichungen (8) und (9) betrifft, so ist diese dort zu erwarten, wo die Voraussetzungen der Mie-schen Theorie wenigstens angenähert erfüllt sind.

LITERATUR.

1. R. S. Krishnan .. .. *Proc. Ind. Acad. Sci.*, 1935, **1**, 782.
2. ——— .. *Curr. Sci.*, 1937, **6**, 90 ; *Proc. Ind. Acad. Sci.*, 1938, **7**, 21.
3. ——— .. *Kolloid-ZS.*, 1938, **84**, 2 ; vgl. besonders die Fussnote 12 auf S. 4.
4. G. Mie .. .. *Ann. der Phys.*, 1908, **25**, 377.
   P. Debye .. .. *Ibid.*, 1909, **30**, 57 ; *Handb. d. Phys.*, 1928, **20**, 311 ; *Enz. d. math. Wiss.*, 1926, **5**, 516.
5. M. Born .. .. *Optik*, 1933, 282.